

第 124 号

特選論文

卒業論文

(平成4年度)

学

科

経済・経営

学生証番号

13560

氏

名

酒井英禎

主査 伊藤元重

副査 石川經夫

2月19日（金）までに審査の結果を報告して下さい。

3月17日（水）までに卒業論文を教務掛へお返し下さい。

特選論文

教務掛

東京大学経済学部

〒113 東京都文京区本郷7丁目3番1号  
電話 (3812) 2111(代)

# 労働時間のモデル分析

91年度 経済学科 13560

論文要旨

酒井英禎

労働時間に関する伝統的なモデルでは、労働時間は労働者が決めている。だが、本論文が提案するモデルでは、一貫して労働時間は企業が決めている。このような想定の下で、「経済成長」「最低時間賃金率規制」「最高労働時間規制」といった外生的条件の変化が、モデルの内生変数にどのような影響を及ぼすのか、検討した。企業と労働者の厚生の変化を調べると、最低時間賃金率規制のとき企業の利潤が低下することを除けば、いずれの場合も厚生が改善するか否かは不明である。ただし、経済成長や最高労働時間規制では、パレート改善が起こる可能性がある。

近年、労働時間に関する議論が多い。だが、その多くは制度論や事実の羅列に終わっており、骨太な論理の下、労働時間に関するどの点がどのようにおかしいのか、と論じたものはほとんどない。特に、近年の日本における議論は、労働時間が「長い」ということが既定の事実とされており、それをいかに政府が短くすべく民間を誘導できるか、という議論ばかりだった。だが、本当に日本の労働時間は「長い」のだろうか。そして、それに政府が介入することが、本当に認められるというのだろうか。私は、こうした根本的なところから、議論を起こすべきだと考える。確かに、日本の労働時間は欧米諸国に比べると長い。だが、世界で一番長いわけではない。考えるべきは、労働時間の問題は、効率性の問題なのか、それとも分配の問題なのかということである。現在、労働時間決定の過程で資源配分の歪みが発生しており、政府の介入によってパレート改善がなしうるならば、そのような介入は認められる。だが、すでに経済がパレート最適な状態にあるとき、労働者が資本家より貧しいと仮定して、労働者に有利な再分配のために介入するならば、経済全体の分配のパイは小さくなってしまう可能性が高い。このような再分配政策を行うとするならば、より低いコストで同様のことができる方法が他にないかどうか慎重に考えてみる必要がある。

労働者は自分にとって最適な労働時間で働いており、企業は労働時間の選択に関して無差別である、という伝統的モデルでは、労働時間の決定に歪みが生じる余地がない。もし、現実の労働時間がそのように定められているというなら、政府の介入は再分配が目的ということになり、上で述べたように、他の方法も検討してみるべきである。本論文で提案したモデルにおいては、企業は自分にとって最適な労働時間を選択できるが、労働者は必ず

しもある時間賃金率の下で最適な労働時間で働くわけではない。従って、経済には常に歪みが発生している。我々がこの世界にいるとすれば、最高労働時間規制は歪みを軽減し、パレート改善をもたらす可能性がある。それに対し、最低時間賃金率規制は、主に再分配を目的にしたものだといえる。

我々は、労働者が労働時間を決める世界に住んでいるのか、あるいは、企業が労働時間を決める世界に？という問いは、おそらく極端すぎる。現実には、労働時間は企業と労働者の間の交渉で決まる。しかし、「相場」ともいるべき、外部のマクロ的な状況もその交渉に大きな影響を与える。マクロ的状況に強く影響されながら、個々の交渉解が決まり、それが再びマクロ的状況を形成していくというマクロとミクロの相互干渉を経て、労働時間は決定される。だが、今回、私はそこまで到達できなかった。その問題の検討は、今後の課題としたい。

## 目次

1 はじめに.....	1
2 伝統的モデルと新しいモデル.....	1
2-1 伝統的モデル.....	1
2-2 新しいモデル.....	2
3 主体均衡の比較静学.....	3
3-1 企業の最適化行動と比較静学.....	3
3-2 労働者の最適化行動と比較静学.....	5
4 競争均衡の比較静学～モデルの応用例.....	7
4-1 イントロダクション.....	7
4-2 経済成長.....	8
4-3 最低時間賃金率規制.....	11
4-4 最高労働時間規制.....	12
5 おわりに.....	14
註.....	16
参考文献.....	20

# 労働時間のモデル分析

## 1 はじめに

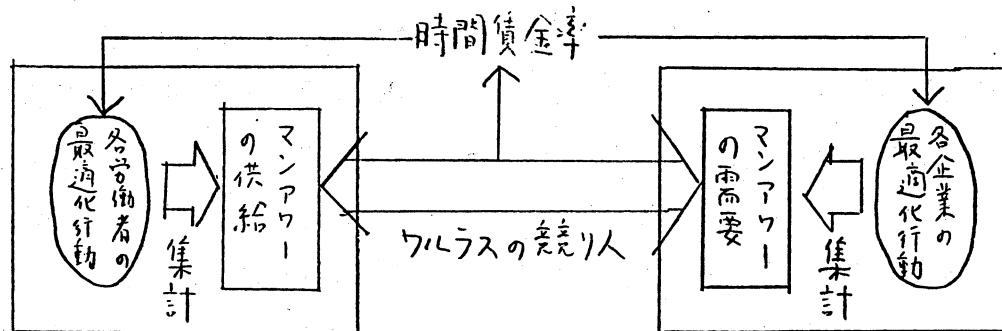
近年、労働時間をめぐる議論がかまびすしい。だが、その接近法は、ジャーナリストイックなものや制度論が中心で、資源配分の一環として労働時間をとらえるミクロ経済学的な視点はあまり見かけない。ミクロ経済学的に接近していくと、どんな姿が立ち現れるだろうか、というのが私のはじめの関心であった。

ところが調べていくうちに、伝統的なモデルは分析の上で粗すぎることに気づいた。そこで労働時間のふるまいをとらえる上で、必要かつ十分なものを目指して、新しいモデルを構築した。以下では、そのモデルと応用例について説明する。

## 2 伝統的モデルと新しいモデル

### 2-1 伝統的モデル

まず、従来、労働時間の問題がどのように扱われてきたか、概観することにしよう。完全競争下での主体均衡と競争均衡を考えよう。

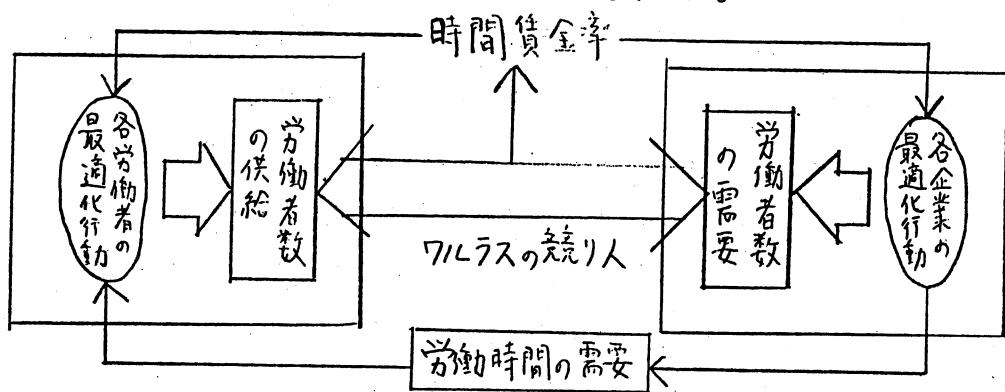


この世界では取引の最小単位は1人の1単位時間の労働、つまりマンアワーである。各々の企業や労働者は、時間賃金率を所与として最適化問題を解き、マンアワーの需要量や供給量を決める。これを集計したものが市場全体の需要と供給となり、ワルラスの競り人はそのギャップを観察しながら、時間賃金率を調整していく。このとき1人当たりの労働時間は、マンアワーの供給を労働者数で割ったものとなる。

この世界では労働時間は直接的には労働者が決めている。（時間賃金率の変化を通じて需要側の要因も間接的に関与しうるが）労働がすべてスポットで取引される、いわば労働者が全員パートタイマーであるような世界である。

## 2-2 新しいモデル

だが、現実に、労働時間を決めるのは、誰だろうか。現在ほとんどの労働者はフルタイマーとして、単位期間に決められた時間を働いている。企業は人員募集時に単位期間あたりの給与と労働時間の組を提示して、その条件を全部受け入れるか、あるいは去るか悉無的選択を労働者に迫る。そこで次のようなモデルを考案した。



企業は「相場」を大きく外れた時間賃金率をつけることはできないので、伝統的モデルと同様にプライスティカーと仮定した。ある時間賃金率を所与として最適化問題を解き、労働者数と労働時間の需要を各々決める。（ただし簡単のため労働時間の需要がすべて等しくなるように、企業はすべて同質的と仮定する）ここでは企業は労働者数と労働時間を別々の生産要素と認識しているわけである。次に労働者は、市場から与えられた時間賃金率と企業から与えられた労働時間を見て、就業するか否か決める。これらを集計すると、労働者数に関する市場全体の需要と供給が得られる。ワルラスの競り人はこのギャップを見ながら時間賃金率を調整していく、そのプロセスは需給が均衡するまで続く。

この世界では、労働時間を決めるのは企業である。労働者は、市場に参加するか否かという選択を通じて、労働時間の決定に間接的に関与できるにすぎない。その意味で、伝統的なものとは対照的なモデルである。以下では、この競争均衡が外生変数の変化を受けてどのように変化していくか考えたい。だがその前に、準備として主体均衡の比較静学的性質を調べなければならない。

### 3 主体均衡の比較静学

#### 3-1 企業の最適化行動と比較静学

このモデルで中心的な役割を果たす企業から見ていくことにしよう。このセクションには、極めて技術的な話題が含まれるので、それらはなるべく巻末にまわして、本文では本質的な議論に焦点をあてることにする。

企業は次の利潤最大化問題を解く。

$$\text{Max } \{h, n\} \quad p f(h, n) - n(w h + v)$$

ただし  $p$  : 製品価格  $f$  : 生産関数  $h$  : 1人当たりの労働時間

$n$  : 労働者数  $w$  : 時間賃金率  $v$  : 1人当たりの固定費用

通常の利潤最大化問題と比べて費用の形が少し変わっている。 $v$  は  $h$  に依存しないもので、労働者に対する報酬ではなく、募集・訓練等に要する経費である。 $v$  は、 $h, n$  に関して費用構造を非対称にする働きがある。

目的関数を  $h, n$  で偏微分して整理すれば、利潤最大化解  $h(p, w)$ 、 $n(p, w)$  が得られる。（2階の条件については註1を見よ）これは、企業が実際に需要する生産要素の量なので、要素需要関数とも呼ばれる。つまりある価格  $(p, w)$  のもとでは、企業はこの  $h(p, w)$  の労働時間で労働者を雇い入れたいと考えるわけである。それでは、価格  $(p, w)$  の変化は、労働時間  $h(p, w)$  や労働者数  $n(p, w)$  にどのような影響を及ぼすのだろうか。双対性アプローチで比較静学を行った。まずは、準備として、命題を2つ示す。

#### ホテリングの補題

最大化された利潤は、価格  $(p, w)$  の関数となり、これを利潤関数  $\pi(p, w)$  と呼ぶが、実は次の関係が成立している。

$$(3-1) \quad \partial \pi / \partial p = y$$

$$\partial \pi / \partial w = -h n$$

ここで、 $y, h, n$  はそれぞれ生産量、労働時間、労働者数の利潤最大化解であって、やはり  $p, w$  の関数である。これは、利潤最大化の近傍では、価格が利潤に与える影響の

うち、数量変化から生じるものについては無視してよいことを表している。(証明は註2)

### 利潤関数の凸性

利潤関数が凸関数になることが、通常の場合と同様にして証明できる。よって、

$$(3-2) \quad \partial y / \partial p = \partial^2 \pi / \partial p^2 \geq 0$$

となって、企業は製品価格の上昇に対し生産を減少させることはない。(証明は註3)

それでは、価格の変化が要素需要に与える影響を見てみよう。いま、 $x (= h, n)$  の費用最小化解を  $x^*(w, y)$  とすると、

$$(3-3) \quad x(p, w) = x^*(w, y(p, w))$$

と書ける。

### I $\partial x / \partial w$

上式の両辺を  $w$  で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial w} &= \frac{\partial x^c}{\partial w} + \frac{\partial x^c}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial w} = \frac{\partial x^c}{\partial w} + \frac{\partial x^c}{\partial y} \frac{\partial}{\partial w} \left( \frac{\partial \pi}{\partial p} \right) \text{ : 下トリソウの補題} \\ &= \frac{\partial x^c}{\partial w} + \frac{\partial x^c}{\partial y} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial \pi}{\partial w} \right) = \frac{\partial x^c}{\partial w} + \frac{\partial x^c}{\partial y} \frac{\partial}{\partial p} (-hn) \\ &= \frac{\partial x^c}{\partial w} - \frac{\partial x^c}{\partial y} \left( \frac{\partial h}{\partial p} n + \frac{\partial n}{\partial p} h \right) \text{ : 上トリソウの補題} \end{aligned}$$

(3-3) より、 $\partial x / \partial p = (\partial x^* / \partial y) (\partial y / \partial p)$  だから、結局、

$$(3-4) \quad \frac{\partial x}{\partial w} = \frac{\partial x^c}{\partial w} + \left\{ - \frac{\partial(h^c n^c)}{\partial y} \frac{\partial x^c}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p} \right\}$$

となる。第1項、第2項はそれぞれ代替効果、拡張効果と呼ばれる。代替効果の符号は、費用最小化問題の1階の条件を全微分して整理すれば得られる<sup>4)</sup>。その結果は

$$(3-5) \quad \partial h^* / \partial w < 0, \quad \partial n^* / \partial w > 0$$

となる。 $w$  は主に  $h$  の要素価格と考えれば、直観的に理解できよう。拡張効果では、問題となるのは、 $\partial x^* / \partial y$  だが、これは理論的には確定しない。これが正であるとき  $x$  は正常要素であるといい、負のとき  $x$  は劣等要素であるという。以下では、 $h, n$  の両要素とも正常要素と仮定しよう。これよりただちに、 $\partial(h^* n^*) / \partial y > 0$  (マンアワー

が生産量の増加に伴い増加する)となり、(3-2)より  $\partial y / \partial p \geq 0$  である。したがって、

(3-6) 拡張効果は非正  
となる。

以上、代替効果と拡張効果を総合すると、

$$(3-7) \quad \partial h / \partial w < 0, \quad \partial n / \partial w ?$$

となる。時間賃金率  $w$  の上昇は企業の労働時間需要  $h$  を必ず減少させるが、労働者数需要は増えることも減ることもあるということである。 $w$  の上昇は生産量を減らすから、この点では  $n$  が減少する圧力となるが、一方で割高になった  $h$  を  $n$  で代替しようとするから、この点では  $n$  が増加する圧力となるのである。例えば、政府がワークシェアリングを推し進める目的で、時間外割増率を引き上げたとき、大雑把に言って、代替効果が拡張効果を卓越するならば、労働者数は実際に増えることになる。

## II $\partial x / \partial p$

(3-3)より、 $\partial x / \partial p = (\partial x^c / \partial y) (\partial y / \partial p)$ 。(3-2)より  $\partial y / \partial p \geq 0$  であり、仮定より  $\partial x^c / \partial y$  だから、

$$(3-8) \quad \partial x / \partial p \geq 0$$

となる。

以上、要素需要の比較静学について見てきた。次に企業の厚生指標である利潤の価格に伴う変化について考えよう。とはいっても、ホテリングの補題より結果は明らかである。(3-1)より、

$$(3-1) \quad \begin{aligned} \partial \pi / \partial p &= y > 0 \\ \partial \pi / \partial w &= -h n < 0 \end{aligned}$$

となる。以上の結果をまとめると、表3-1のようになる。

## 3-2 労働者の最適化行動と比較静学

このモデルにおける労働者  $i$  の最適化行動を形式的に定式化すれば、

引け 選択	$p$	$w$
$y$	+	-
$h$	+	-
$n$	?	?
$\pi$	+	-

表3-1 (+は非負)  
?は不明)

$$\text{Max } \{ l, c \} \quad u^i(l, c)$$

$$\text{s. t. } w l + c = w T$$

$$l \in \{T - h, T\}$$

ただし  $u$  : 効用関数  $l$  : 余暇  $c$  : 消費  $w$  : 時間賃金率

$T$  : 単位期間の全時間  $h$  : 企業から与えられた労働時間

となる。効用関数は、強い準凹関数であり、限界効用は正であると仮定する。このとき無差別曲線は右下がりで、下に強く凸であることが保証される。通常の定式化と異なるのは余暇を連続的には選べない点である。つまり就業 ( $l = T - h$ ) するか、就業しないか ( $l = T$ ) のいずれしか選べないわけだ。労働者ごとに効用関数が異なるとすれば、同じ ( $w, h$ ) の下でも就業する人としない人が出てくる。この最適化行動の結果、就業する人の数を市場の労働者数供給と呼んで、 $N(w, h)$  と書こう。これから、労働者数供給の比較静学的性質を調べたい。このためには、就業と非就業が無差別であるような限界的労働者の動きを見ればよい。（すべての強く準凹な効用関数に対して、それを持つ労働者が存在すると考えよう。そして、労働者は無数に存在するので、 $N$  は連続的に値をとり、 $w$  や  $h$  について微分可能としよう。こうすれば、限界的労働者は常に存在することになる。）

### I $\frac{\partial N}{\partial w}$

図3-1には限界的労働者の無差別曲線が示されている。いま、労働時間  $h$  はそのまま、時間賃金率  $w$  だけが上昇したとしよう。この動きは、図3-1の(I)で示される。これは明らかに、この限界的労働者にとって望ましい動きであり、彼は就業を選ぶだろうよって  $\frac{\partial N}{\partial w} > 0$ 。

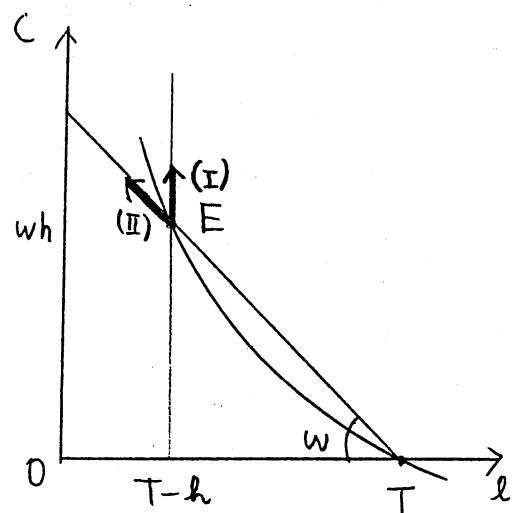


図3-1

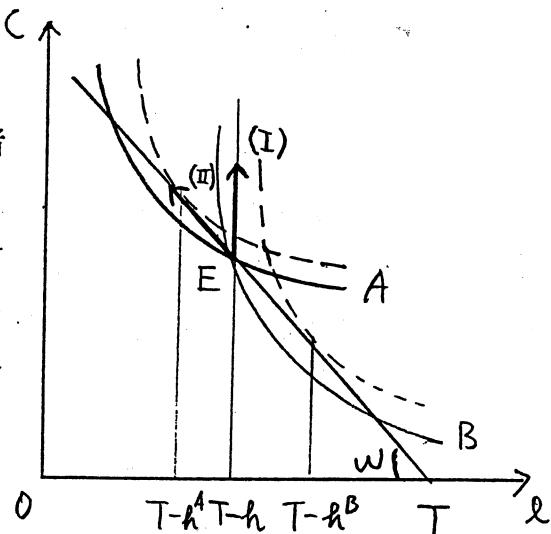
### II $\frac{\partial N}{\partial h}$

逆に  $w$  はそのまで、 $h$ だけ上昇したとすると、その動きは(II)で示される。これは、明らかに望ましくない動きであり、限界的労働者は非就業を選ぶだろう。よって  $\frac{\partial N}{\partial h} < 0$ 。

さて、厚生の観点から見ると、どのようなことが言えるだろうか。各労働者の厚生（効用）は  $w$  と  $h$  の関数であるから、それらをなんらかの方法で集計した労働力人口全体の厚生  $V$  も  $w$  と  $h$  の関数となる。（だから、 $V$  には非就業者の厚生も含まれていることに注意せよ） $V(w, h)$  の比較静学的性質を調べよう。

### I $\frac{\partial V}{\partial w}$

図3-2に異なった効用関数を持つ労働者A, Bの無差別曲線が描かれている。このとき、(I)で示される  $w$  の上昇は誰にとっても効用を増加させることができる。よって、 $\frac{\partial V}{\partial w} > 0$ 。（パレート基準を仮定している）



### II $\frac{\partial V}{\partial h}$

図から容易に読み取れるように、余暇を連続的に選べるとき、A, B はそれぞれ  $h^A$ ,  $h^B$  という労働時間を選ぶ。最善の労働時間  $h^A$  が現実の労働時間  $h$  より長い A は  $h$  の増加で効用が増加し、B では逆のことが起こる。このように、 $h$  の増加に対し各労働者の効用は増加することも減少することもあるので、 $\frac{\partial V}{\partial h}$  の符号は確定しない。だが、 $h$  が大きくなるほど、現実の労働時間が最善の労働時間より長い労働者が増えるので、 $\frac{\partial V}{\partial h}$  は負になる可能性が高くなる。

以上の結果をまとめると、表3-2のようになる。労働時間が全く外生的に与えられるこのモデルでは、労働時間の変化は労働者によって異なる厚生の変化をもたらすというところがおもしろい。現実にも多少の含蓄を持つかもしれない。

条件	$w$	$h$
N	+	-
V	+	?

## 4 競争均衡の比較静学～モデルの応用例

### 4-1 イントロダクション

企業は多数存在するが、すべて同質的であるとすれば、§ 3-1の一企業の生産関数を経済全体の生産関数と考えても一般性を失わない。以下市場全体の需要について前節と同じ表記を用いることにする。

各時点で、 $p$ と $w$ は与えられているから、企業の労働時間需要 $h(p, w)$ は一意に決まる。この $h$ を使えば、労働者数の供給は $p$ と $w$ の関数として書けるはずである。そこで、

$$S(p, w) = N(w, h(p, w))$$

と $S$ を定義し、これを「需要側を考慮した供給関数」と呼ぶことにする。

それでは、市場の労働者数の需要と供給が一致した状態（競争均衡）は外生的条件の変化に伴い、どのように変わっていくだろうか。また、そのとき企業と労働者の厚生はどのように変化するだろうか。ここでは、「経済成長」「最低時間賃金率規制」「最高労働時間規制」の3つの応用例を見ることにしたい。

#### 4-2 経済成長

日本の労働時間は、1960年以降一貫して短縮して来ている。特徴は60年から75年までの高度成長期に著しく短縮が進展していることである。（2426時間（60年） $\Leftrightarrow$ 2077時間（75年））しかし50年以降の低成長期には、労働時間は逆に微増している。（ $\Leftrightarrow$ 2120時間（87年））そして87年以降の「平成景気」期に再び短縮が進んでいる。日本の場合、労働時間短縮の進展は、経済成長と正の相関を持つと言えそうである。この事実は、このモデルではどのように表現されるだろうか。

ここでは、経済成長を製品価格 $p$ の上昇で表すことにしよう。これは、単に製品への需要が増加したものと考えてもいいし、生産性上昇による品質の向上の結果と考えてもいい。競争均衡が外生変数 $p$ の変化に伴い、どのように変わっていくか見ることにする。

まず、市場の超過需要関数 $Z(p, w) = n(p, w) - S(p, w)$ を定義する。いま、安定な均衡 $(w^*, n^*)$ が存在して、

$$(4-1) \quad Z(p^*, w^*) = 0$$

$$(4-2) \quad Z_w(p^*, w^*) < 0$$

が成立したとしよう。 $(Z_w = \partial Z / \partial w)$ 以下、右下の添字で偏微分を表す）均衡を保ったまま、外生変数 $p$ を微小量増加させると $w$ はどうなるのだろうか。これを見るのに（4

- 1) を全微分して整理すれば、 $n_p \geq 0$  と  $S_p = N_h h_p \leq 0$  に注意して、

$$(4-3) \quad dw^* = -\frac{\partial p}{\partial w} dp^* = \frac{m_p - N_h h_p}{-\partial w} \geq 0$$

となる。均衡解  $h^*$ ,  $n^*$  の微小変化を調べると、

$$(4-4) \quad dh^* = h_p dp^* + h_w dw^* \\ dn^* = n_p dp^* + n_w dw^*$$

であるから、これに (4-3) を代入し、さらに展開していくと<sup>6)</sup>、

$$(4-5) \quad \frac{dh^*}{dp^*} = \frac{h_p N_w + y_p J}{-\partial w} \quad \text{ただし} \\ J = h_w^c m_y^c - h_y^c m_w^c < 0 \\ \frac{dn^*}{dp^*} = \frac{n_p N_w + N_h y_p J}{-\partial w}$$

を得る。製品価格の上昇は、労働者を減少させることはない。 $dh^* / dp^*$  では分子第 1 項は非負、第 2 項は非正であって、符号は確定しない。 $N_w$  が大きければ正、 $|J|$  が大きければ負となる。 $N_w$  が大きいのは労働者の間の「競争」が激しいことを意味しており、このときあまり時間賃金率は上昇せず、労働時間を減らす誘因が働くのである。また代替効果が大きいと  $|J|$  が大きくなり、労働時間が減少する可能性が高くなる。

以上の結果を図を用いて説明しよう。

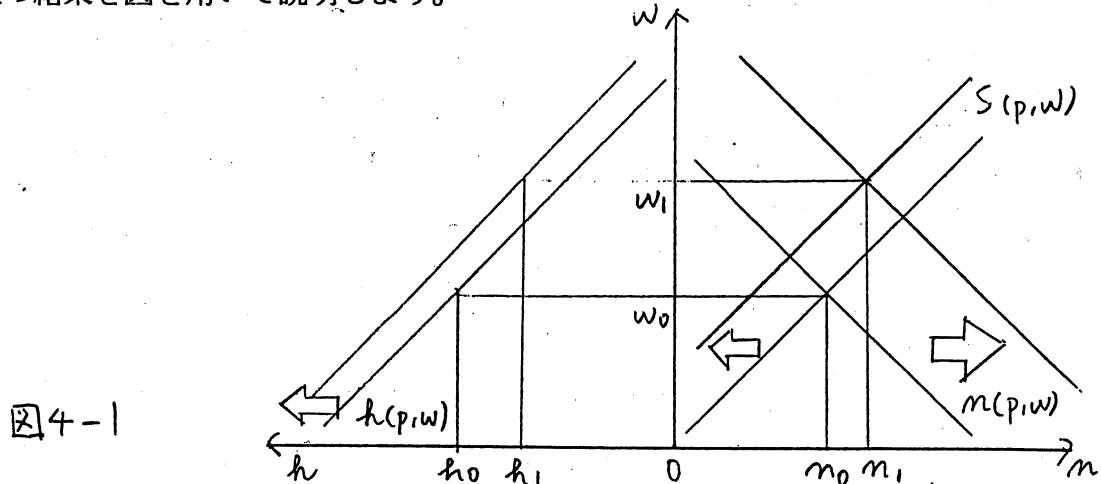


図 4-1 には、 $w$ のみを動かしていったときの  $h$ ,  $n$ ,  $S$  の軌跡が描かれている。 $n$  は右上がりでも構わないが、一応左上がりに描いてある。この 3 変数はいずれも  $p$  に依存しているので、 $p$  の変化はすべての曲線をシフトさせる。 $p$  が上昇したとき  $h$ ,  $n$  の曲線はそれぞれ左と右にシフトする。 $S_p = N_h h_p \leq 0$  であるから  $S$  曲線は左にシフトする。よって図のように、 $w$  が上昇し、労働者数  $n$  が増加する。この図では労働時間  $h$  は増加す

ことになる。つまり製品価格  $p$  が上昇すると、生産量が拡大するので  $h$  が増加する圧力が働くが、それは同時に時間賃金率  $w$  の上昇も招き  $h$  が減少する圧力ともなる。この2つの効果の大小関係で、労働時間が増加するか否かが決まるのである。

### 厚生分析 I 企業の利潤

利潤  $\pi$  ( $p, w$ ) の競争均衡下の微小変化を調べると、

$$\frac{d\pi^*}{dp^*} = \gamma - hn \frac{dw^*}{dp^*} \quad (\because \text{ホーリンズの補題})$$

(?) (†)

この符号は確定しない。製品価格上昇の効果が大きければ利潤は増加し、費用増加の効果が大きければ利潤は減少することになる。

### II 労働者の厚生

労働力人口全体の厚生は  $V$  ( $w, h$ ) と表される。競争均衡下の微小変化を調べると、

$$\frac{dV^*}{dp^*} = V_w \frac{dw^*}{dp^*} + V_h \frac{dh^*}{dp^*}$$

(?) (†) (†) (?) (?)

となる。この符号は確定しない。仮に、労働者がすでに労働時間は長すぎると感じており、 $V_h < 0$  で、かつ  $dh^* / dp^* < 0$  となれば、製品価格  $p$  の上昇は厚生を増加させる。現在の日本の状態については、「労働時間が長すぎる」という声がもっぱらで、 $V_h < 0$  と言えるかもしれない。また事実として  $dh^* / dp^* < 0$  であった。従って、経済成長（製品価格  $p$  の上昇）は、労働者の厚生を改善してきた可能性が高い。

以上の結果が表 4-1 にある。外生変数  $p$  の上昇を経済成長の代理指標とみなせば、それは時間賃金率と労働者数をほぼ増加させるが労働時間や利潤や労働者の厚生は増えることも減ることもある。ほぼ自然な結論であろう。

現実の日本との関わりでいうならば、経済は60年以降一貫して  $dh^* / dp^* < 0$  を与えるような状態にあったということができよう。

外生 内生	$p$
$w$	+
$h$	?
$n$	+
$\pi$	?
$V$	?

表 4-1 (+ は非負)

### 4-3 最低時間賃金率規制

政府は政策手段として、時間外割増率を設定することができる。これは時間賃金率に影響を及ぼすという試みである。政府の介入によって時間賃金率を規制することができるか否か、それ自体が厳密には疑問だが、ここではそのような規制が可能であったとして、議論を進めていく。

労働時間は時間賃金率の減少関数なので、政府は労働時間短縮という政策目標のために時間賃金率の引き上げという手段を用いることができる。

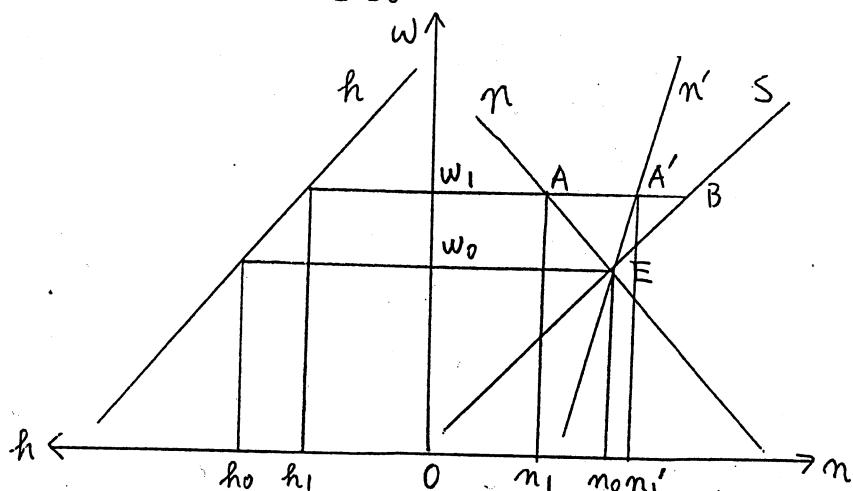


図4-2

はじめに、経済は  $(w_0, n_0)$  というE点で均衡していたが、政府は  $w_0$  よりも高い  $w_1$  という最低時間賃金率規制を行ったとしよう。すると、労働時間は  $h_0$  から  $h_1$  へ減少する。労働者数の変化は、 $n$  曲線の傾きによって異なる。 $n$  のように左上がりなら、労働者数は  $n_0 \Rightarrow n_1$  と減少するし、 $n'$  のように右上がりなら、 $n_0 \Rightarrow n_1'$  と増加する。だが、いずれの場合も線分ABやA'Bのように、失業が発生することになる。

#### 厚生分析

##### I 企業の利潤

ホテリングの補題より  $\pi_w < 0$ 。よって利潤は低下する。

##### II 労働者の厚生

$V_h < 0$  であり、かつ図4-2の  $n'$  のケースのように労働者数（就業者数）は増加すると考えよう。このときははじめに雇用されていた労働者が引き続き雇用され続けるならば、労働力人口全体の厚生は向上する。なぜなら、従来から雇用されていた労働者にとって時間賃金率の上昇と労働時間の短縮は望ましいものであるし、新規の労働者は厚生が改善

されるからこそ就業を選んだのである。

しかしこじめの仮定が満たされないと、もう何も言えなくなる。

仮に  $V_h < 0$  だったとしても図 4-2 の  $n$  のケースのように労働者数（就業者数）が減少する場合には、引き続き雇用を得た者の厚生は改善するが、雇用を失った者の厚生は低下するからである。最低時間賃金率規制は、基本的には労働者の厚生向上のためにあるのだろうが、規制の際には  $n$  曲線が右上がりか左上がりかに注意を払う必要がある。 $n$  曲線が右下がりのケースでは時間賃金率が上昇したとき、大幅に生産量と労働者数を減少させてしまい、労働時間を労働者数で代替する効果を卓越してしまうのである。

	外生 内生	最低時間 賃金率規制
$w$		+
$h$		-
$n$		?
$\pi$		-
$\checkmark$		?

表 4-2

以上の結果をまとめると表 4-2 のようになる。

#### 4-4 最高労働時間規制

最低時間賃金率規制と並んで、しばしば政府によって用いられるのは最高労働時間規制である。これは労働時間短縮を規制により直接的に達成しようという試みである。こうした政府の介入によりこのモデルの他の内生変数はどのような影響を受けるであろうか。

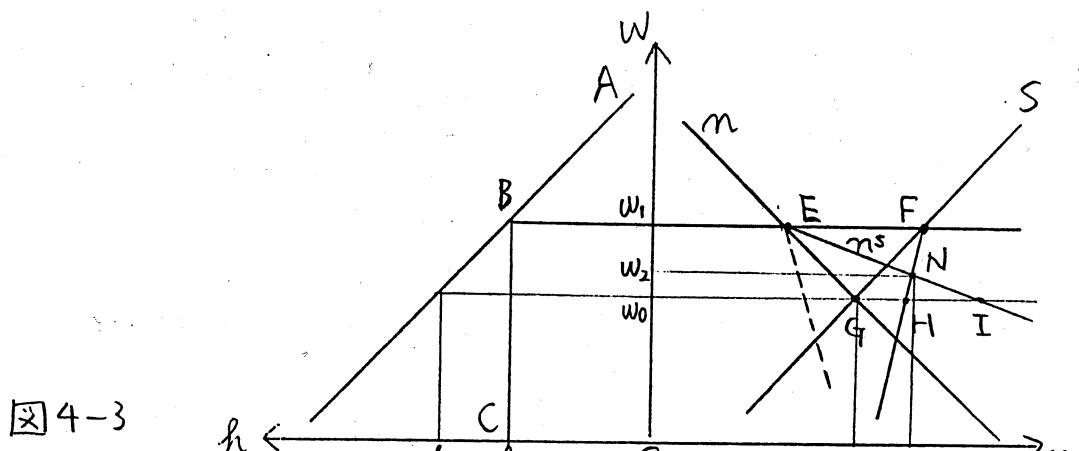


図 4-3

はじめ、経済は  $h_0$  という労働時間で均衡していたが、政府は、それよりわずかに短い  $h_1$  に最高労働時間を規制したとしよう。すると労働時間曲線は折れ線 A B C のようになり、 $h_1$  に対応する  $w_1$  より低い時間賃金率では、企業も労働者も労働時間が  $h_1$  に固定されたものと考えて最適化問題を解く。このとき、 $n$  曲線と S 曲線が直線 B D と交わる点

では、それぞれの曲線はどのように屈折するだろうか。S曲線では屈折して新しく現れる曲線は、 $N(w, h_1)$  に他ならない。よって交点FでS曲線とN曲線の傾きを比べると、

$$S\text{曲線の傾き} = S_w = N_w + N_h \quad h_w > N_w = N\text{曲線の傾き}$$

となって、w軸から見てS曲線の傾きの方が大きくなり、図4-3のように労働者数供給曲線は屈折する。また $w_1$ 以下のwでは、企業は $h = h_1$ という制約下で労働者数需要を決めるので、これは「短期」の労働者数需要ということになる。「短期」労働者数需要を $n^*(w, h)$ と書けば、

$$n(w) = n^*(w, h(w))$$

が成立している。ただし $n(w)$ ,  $h(w)$ は通常の利潤最大化解である。この両辺をwで微分して、 $w=w_1$ で評価すると、 $h(w_1) = h_1$ に注意して、

$$n_w = n_{w,w} + n_{w,h} h_w$$

となる。しかし $n_{w,h}$ の符号は確定しないので、 $n_w$ と $n_{w,w}$ の大小関係は判断できない。つまり、交点Eで、n曲線がw軸より遠い方に折れるか（実線）近いほうに折れるか（点線）かは、理論的に確定しないのである。

以上をまとめると、労働者数の供給曲線は点Fでw軸より遠い方に折れるが、需要曲線はどちらに折れるか分からず、ということになる。従って、残念ながら $w$ ,  $n$ ,  $\pi$ ,  $V$ のいずれも変化の方向を確定できない。逆にいえば、企業の生産関数や労働者の余暇選好分布の具体的な形状いかんによって、どのようなことも起こりうるということである。

それでは $n_{w,h}$ の符号を確定すべく、生産関数の形を限定したとき、どのようなことが言えるだろうか。生産関数 $f$ が、

$$(4-6) \quad f_{nn} < 0, \quad f_{hh} < 0$$

を満たすならば、 $n_{w,h} < 0$ となることが知られている<sup>6)</sup>。これらはそれぞれ「nの増加はnの限界生産物を減少させる」「nの増加はhの限界生産物を増加させるが、その効果はnを増加させるにつれ、減少していく」という性質を示している。これらは比較的自然な性質として受け入れられよう。例えば、収穫遞減のコブ=ダクラス関数はこの条件を満たしている。

いま $f$ が(4-6)を満たすとする。このとき $n_w > n_{w,w}$ でありn曲線は点Eでw軸より遠い方に屈折する。図から明らかなようにnは増加する。また $n_{w,h} < N_h$ ならば、wは上昇し、そうでないときは低下する<sup>7)</sup>。

## 厚生分析

### I 企業の利潤

ホテリングの補題より、 $w$ が上昇するならば利潤は減少しそうでないとき増加する。

### II 労働者の厚生

労働力人口全体の厚生  $V$  ( $w, h$ ) を全微分すると、

$$dV = V_w dw + V_h dh$$

よって  $dw > 0, V_h < 0$  と仮定すれば  $dV > 0$  となるが、そうでないとき  $dV$  の符号は不明である。

労働者が自らを働きすぎだと感じており（つまり  $V_h < 0$ ）政府が労働者の厚生改善のため、最高労働時間規制を敷くならば、競争均衡のシフトの結果、時間賃金率の上昇を確認できれば、その目的を達成できたと言える。このような市場環境では、企業の利潤は減少するので、そのような規制に抵抗するかもしれない。また、ある場合には、興味深いことに、時間賃金率が低下しても労働者の厚生は向上することがある。このとき企業の利潤も増加するから、政府の規制はパレート改善をもたらす。これは一見、奇妙に見えるが、このモデルでは労働者は余暇を連続的に選べないことに起因しているのである。政府の規制が現実の労働時間を各々の労働者の希望する労働時間に近づけて、余暇を連続的に選べないことによる「死荷重」を軽減してやることができるのである。

生産関数  $f$  が（4-6）を満たすケースについて、規制の影響を表4-3にまとめた。

外生 内生	最高労働時間 規制
$w$	?
$h$	—
$n$	+
$\pi$	?
$V$	?

表4-3

### 5 おわりに

§4で検討した問題の結論の有効性は、ひとえにモデルの設定の現実妥当性に依存している。しかし、残念ながら、本論文で検討したモデルの設定には、妥当性に疑いがあると言わざるを得ない部分がある。

§4-2の経済成長のケースを再び考えてみよう。経済成長とそれに伴う時間賃金率の

上昇は経験的事実として労働時間の短縮をもたらす。伝統的モデルに従えば、時間賃金率の上昇は労働者の所得の増加を意味し、それが上級財である余暇の需要を増加させるのだ、ということになる。一方、本論文で検討したモデルでは、時間賃金率の上昇は労働時間から労働者数へと、企業に要素の代替を促すので、労働時間が減少する、と説明する。だが、現実には、上で述べた2つの効果がどちらも働いているに違いない。

労働時間が労働者によって決定されるとする伝統的モデルが極端であるように、企業によって決定されるとするこのモデルも極端と言える。現実はその中間であろう。労働時間を最終的に決定するのは企業であるとしても、労働者も団体交渉を通じて労働時間の決定に影響力を行使できるはずである。現実には、個々の企業の労働時間や時間賃金率は、経営者と労働組合のバーゲニングで決まる。しかし、「相場」ともいべき、外部のマクロ的状況もそのバーゲニングに色濃く陰を落とす。マクロ的状況に強く影響されながら、個々のバーゲニング解が決まり、それが再びマクロ的状況を形成していく、というマクロとミクロのインタラクションを的確に表現するモデルが欲しかったのだが、結局作り出すことができなかった。また、当初は実証分析を通じてモデルの現実妥当性について検証したいと考えていたが、そこまで手が回らなかった。これらを今後の課題としたい。

註

1)

$f$  は  $h$  と  $n$  に関して、2階連続微分可能とする。この利潤最大化問題の1階と2階の条件は、

$$(R-1) \quad p f_h = n w$$

$$(R-2) \quad p f_n = w h + v \\ p f_{hh} < 0, \quad |H\pi| = \begin{vmatrix} p f_{hh} & p f_{hn} - w \\ p f_{hn} - w & p f_{nn} \end{vmatrix} > 0$$

がすべての  $(h, n)$  で成立する。

である。 $(R-2)$  は目的関数が  $(h, n)$  に関する強い凹関数であるということの十分条件で、これによって最適解の一意性が保証される。これは通常の場合と異なり、生産関数が強い凹関数であることは、 $(R-2)$  の十分条件でも必要条件でもない。

本論文では、最適解が境界解でないケース ( $0 < h^* < T, 0 < n^*$ 、 $T$  は単位期間の全時間) だけをとりあげている。

その他

$$(R-3) \quad f(0, n) = f(h, 0) = 0$$

$$(R-4) \quad f_h > 0, \quad f_n > 0 \quad \forall h > 0, n > 0$$

を仮定する。このモデルで  $f$  に課しているのは  $(R-2), (R-3), (R-4)$  の3つの条件だけである。

2)

利潤  $\pi$  は  $\pi = p y - n (w h + v)$  と表されるが、これを  $v$  を除くすべての変数について全微分すると、

$$d\pi = y dp + p dy - nw dh - (wh + v) dn - hn dw$$

利潤最大化の1階の条件  $(R-1)$  に注意して、

$$\begin{aligned} &= y dp + p dy - p (f_h dh + f_n dn) - hn dw \\ &= y dp + p dy - p dy - hn dw \\ &= y dp - hn dw \end{aligned}$$

これより  $(3-1)$  を得る。

3)

補題

費用構造が  $g(x, \alpha w_1 + \beta w_2) = \alpha g(x, w_1) + \beta g(x, w_2)$  を満たすとき、利潤関数  $\pi(p, w)$  は  $(p, w)$  に関する凸関数である。

証明

$0 < \alpha < 1$  に対して、 $p = \alpha p' + (1 - \alpha) p''$ ,  $w = \alpha w' + (1 - \alpha) w''$  と定義して、 $(p, w)$  に対する利潤最大化解を  $(y, x)$  とすると、

$$\begin{aligned}\pi(p, w) &= p y - g(x, w) \\ &= \alpha (p' y - g(x, w')) + (1 - \alpha) (p'' y - g(x, w'')) \\ &\leq \alpha \pi(p', w') + (1 - \alpha) \pi(p'', w'')\end{aligned}$$

これは、 $\pi$  が  $(p, w)$  に関する凸関数であることを意味する。※

このように、利潤関数の凸性は、一般に要素価格ベクトルに関して線形な費用構造を持つ利潤最大化問題において成立する。このモデルの費用構造  $g(h, n, w, v) = n(wh + v)$  が要素価格ベクトル  $(w, v)$  について線形であることは容易に確かめられる。

4)

費用最小化問題のラグランジュ関数

$$V(h, n, \mu) = n(wh + v) + \mu(y - f(h, n))$$

を  $h, n, \mu$  でそれぞれ偏微分して 1 階の条件を求める

$$(R-5) \quad \mu f_h = nw$$

$$\mu f_n = wh + v$$

$$f(h, n) = y$$

を得る。これらの両辺を v を除くすべての変数について全微分して整理すれば、

$$Hv = \begin{bmatrix} \mu f_{hh} & \mu f_{hn}-w & f_h \\ \mu f_{nh}-w & \mu f_{nn} & f_n \\ f_h & f_n & 0 \end{bmatrix}$$

として、

(R-6)

$$Hv \begin{bmatrix} dh \\ dn \\ d\mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ndw \\ hdw \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる。実は  $|Hv| > 0$  がこの費用最小化問題の 2 階の条件であるが、これは利潤最大化の 2 階の条件 (R-2) によって保証される。また、ラグランジュ乗数  $\mu$  は限界費用を意味し、正值をとる。クラーメルの公式と余因数展開を用いて、 $d_h, d_n$  について (R-6) を解くと、

$$(R-7) \quad |Hv| d_h = \left( n \begin{vmatrix} \mu f_m & f_n \\ f_m & 0 \end{vmatrix} - h \begin{vmatrix} \mu f_m - w & f_h \\ f_m & 0 \end{vmatrix} \right) dw$$

$$(R-8) \quad |Hv| d_n = \left( h \begin{vmatrix} \mu f_h & f_n \\ f_h & 0 \end{vmatrix} - n \begin{vmatrix} \mu f_h & f_m \\ f_h & 0 \end{vmatrix} \right) dw$$

(R-7) の  $dw$  の係数は  $-n f_n^2 + h f_n f_h$  となるが、これは 1 階の条件 (R-5) より

$$\begin{aligned} \mu(-n f_n^2 + h f_n f_h) &= -n f_m (\mu f_m) + h f_m (\mu f_h) \\ &= -n f_m (w h + v) + h f_m (m w) \\ &= -n f_m v < 0 \end{aligned}$$

となる。同様にして (R-8) の  $dw$  の係数は  $n f_h v / \mu$  となり、これは正である。

5)

$$(4-3), (4-4) \text{ より, } \frac{dh^*}{dp^*} = \frac{hw \Sigma p - hp \Sigma w}{-\Sigma w}$$

$$\begin{aligned} \text{分子} &= hw(m_p - s_p) - hp(m_w - s_w) \\ &= hw(m_p - N_h h_p) - hp(m_w - N_w - N_h h_w) \\ &= hw m_p - h_p m_w + h_p N_w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} hw m_p - h_p m_w &= m_p (hw^c - (h^c m^c)_y h_p) - h_p (m_w^c - (h^c m^c)_y m_p) \\ &= m_p h w^c - h_p m^c w = y_p (h w^c m y^c - h y^c m w) \\ &= y_p J \end{aligned}$$

こうして (4-5) の第 1 式が導かれる。第 2 式についても同様に導出すればよい。  
6)

$f_h(h, 0)$  を  $n = n$  のまわりでテイラー展開すると、

$$f_h(h, 0) = f_h(h, n) + f_{hn}(h, n)(-n) + \frac{1}{2} f_{hnn}(h, 0n)(-n)^2 \quad (0 < \theta < 1)$$

(R-3) より、 $f_h(h, 0) = 0$  であり、(4-6) の第 2 式より、

$$(R-9) \quad f_h / n > f_{hn}$$

となる。さて、 $h = h$  という制約下の利潤最大化問題

$$\text{Max } \{n\} \quad p f(h, n) - n(wh + v)$$

の1階の条件は、 $p f_n = wh + v$ である。比較静学を行うために、これを $h$ と $n$ について全微分すれば、

$$p f_{nh} dh + p f_{nn} dn = wd h$$

$$\therefore \frac{dn}{dh} = \frac{w - pf_{nh}}{pf_{nn}}$$

$$\text{分子} = p f_h / n - f_{hn} \because \text{利潤最大化の1階の条件 (R-1)}$$

$$> 0 \quad (R-9)$$

$$\text{分母} < 0 \quad (4-6) \text{ 第1式}$$

よって、 $n^* h < 0$ 。

7)

はじめの時間賃金率 $w_0$ における状態に注目しよう。時間賃金率が $w_0$ で与えられているとき、規制の導入によって労働者数の需要と供給はどのように変化するだろうか。図4-3では、需要の増加(GI)と供給の増加(GH)を上回っており、その結果、時間賃金率 $w$ は上昇している。このように $w_0$ における需要の増加が供給の増加を上回われば、時間賃金率は上昇し、そうでないとき下落する。 $\Delta w = w_1 - w_0$ とおけば、需要、供給の増加は、それぞれ点E、点Fで評価された偏微係数を使って、

$$(\text{需要の増加}) = (n^*_{w'} - n_w) \Delta w = n^*_{h'} h_w \Delta w$$

$$(\text{供給の増加}) = \{ (N_w + N_h h_w) - N_w \} \Delta w = N_h h_w \Delta w$$

と表される。よって、

$$(\text{需要の増加}) - (\text{供給の増加}) = (n^*_{h'} - N_h) h_w \Delta w$$

となるが、 $h_w \Delta w < 0$ だから、 $n^*_{h'} < N_h$ のとき、需要の増加が供給の増加を上回り $w$ が上昇する。

## 参考文献

- 西村和雄『ミクロ経済学』東洋経済新報社、1990年  
——『経済数学早わかり』日本評論社、1982年  
二村秀彦「高齢男子労働市場における需給メカニズム」東大経済学部卒業論文、1990年  
木下富夫『労働時間と賃金の経済学』中央経済社、1990年  
労働省『労働時間白書』日本労働研究機構、1991年  
石井甲二『労働時間と日本経済』労務行政研究所、1982年  
大橋勇雄「労働：労働時間の分析」『応用ミクロ経済学』東大出版会、1989年